CAIO CESAR BARROS DE ARAUJO

Procedimento Númerico de Precificação de Opções Vanilla

Recife-PE

2018

CAIO CESAR BARROS DE ARAUJO

Procedimento Númerico de Precificação de Opções Vanilla

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Ciências Atuariais da Universidade Federal de Pernambuco como requisito parcial à obtenção do título de graduação.

Universidade Federal de Pernambuco Brasil – UFPE

Centro de Ciências Sociais Aplicadas

Ciências Atuariais

Orientador: Wilton Bernardino da Silva

Recife-PE

2018

CAIO CESAR BARROS DE ARAUJO

Procedimento Númerico de Precificação de Opções Vanilla

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Ciências Atuariais da Universidade Federal de Pernambuco como requisito parcial à obtenção do título de graduação.

Trabalho aprovado. Recife-PE, 13 de julho de 2018:

Wilton Bernardino da Silva
Orientador

Filipe Costa De Souza
Convidado 1

Vitor Emanuel De Lyra Santos Navarrete
Convidado 2

Recife-PE
2018

"A ideia revolucionária que define a fronteira
entre os tempos modernos e o passado é o domínio do risco."
–Peter L. Bernstein, Desafio aos Deuses

Resumo

O desenvolvimento de mercados especializados em mecanismos de transferências de risco ocorreu naturalmente para eventos típicos da vida civil, produtos específicos foram desenvolvidos pelo mercado segurador para atender essa crescente demanda(seguro de vida, desastres, doenças, carros) para riscos inerentes ao mercado financeiro foram desenvolvidos contratos de derivativos. O tema do presente trabalho é direcionado a teoria de precificação de opções vanilla, será discutido o mecanismo das opções, a natureza o argumento de não-arbitragem, o famoso modelo contínuo proposto por Black & Scholes que deu início a teoria de precificação das opções e abordarei uma solução númerica via árvores binomiais proposta posteriormente por Cox-Ross-Rubinstein que permitiu a avaliação de exercimento antecipado por opções americanas.

Palavras-chave: Árvores Binomiais. Teoria de Opções. Derivativos.

Abstract

The development of specialized markets in risk transfer mechanisms occurred naturally for events typical of civilian life, specific products were developed by the insurance market to meet this growing demand (life insurance, disasters, diseases, cars) for risks inherent in the financial markets, derivative contracts have been developed. The theme of the present work is directed to the vanilla options pricing theory, we will discuss the mechanism of the option's market, the nature of the no arbitrage argument, the famous continuous model proposed by Black & Scholes and will be discussing a numerical solution through binomial trees later proposed by Cox-Ross-Rubinstein that allowed the valuation of early exercise by american type options.

Keywords: Binomial Trees. Option Theory. Derivatives.

Lista de ilustrações

Sumário

Introdução

Desde o surgimento dos primeiros derivativos de moedas no início da década de 70, este mercado passou a crescer exarcebadamente sem regulação específica governamental, o uso irracional culminou a crise dos derivativos subprimes no mercado imobiliário americano em 2008, onde se alastrou pelo mundo inteiro permeando na economia real. Desde então, o mercado global de derivativos passou ser fortemente regulado pelas entidades governamentais. O legislativo brasileiro começaram a demandar maior transparência, não só o valor e a posição de todos os derivativos utilizados por uma empresa deve ser declarada, mas o grau de exposição também deve ser relatado com precisão(JÚNIOR, 2013).

Com os recentes cortes da taxa SELIC a incerteza de bater a meta atuarial das entidades de previdência aumenta, o estudo das ciências atuariais dispõe sobre a gestão do *risco segurável* através do pagamento de prêmios nivelados realizados pelo segurador. O objetivo dessa monografia é a discursão sobre a gestão do *risco especulativo* incorrido pelos ativos garantidores das seguradoras, entidades de previdência que estão custodiados em instituições bancárias submetidas ao risco sistêmico, (LI; MARINČ, 2014) mostra que o uso de derivativos financeiros utilizados por bancos múltiplos está associado com maior exposição ao risco sistemático de taxa de juros, câmbio e risco de crédito. Derivativos são utilizados como ferramenta de gestão de risco especulativo do mercado financeiro, possuindo natureza da transferência do risco financeiro(especulativo) entre as partes(IFRS4). O objetivo é fazer uma revisão litarária dos derivativos de exercício contingencial "opções", conceitos importantes no ramo das finanças quantitativas como as equações de Black & Scholes e a avaliação risco-neutro, apresentar uma metodolodia de precificação de opções por árvores binomiais e sua aplicação na opção VALEF527. Os resultados mostraram que no limite do número de passos binomiais, o modelo binomial se aproxima do modelo de Black & Scholes .

1 Revisão Literária

1.1 Mercado de Derivativos

Derivativos são definidos como um contrato ou garantia derivando seu valor baseado na sua relação com outro ativo, comumente deferido como subjacente ou "*underlying*"(STULZ, 2004). O principal objetivo desse instrumento financeiro é realizar a tranferência de risco entre agentes econômicos que atuam no setor produtivo da economia, possibilitando agregar valor à empresas que começaram a utilizar esses intrumentos contribuindo para o crecimento econômico. No Geral, derivativos ajudam empresas a gerenciar riscos relacionados a taxa de juros, variação cambial e preço de commodities porém, empresas estão utilizando derivativos com finalidade de evasão fiscal. (DONOHOE, 2015) descreve os impactos econômicos causado pelos derivativos por evasão fiscal corporativa.

Em 1972, a Chicago Mercantile Exchange lançou contratos futuros sobre os primeiros [1] contratos futuros subscristos sobre instrumentos financeiros, os Estados Unidos tem sido líder da inovação em derivativos (KUMMER; PAULETTO, 2012). Com o desenvolvimento de computadores e seu crescente uso em finanças, tornou possível que modelos e cálculos complexos pudessem rapidamente serem resolvidos, empresas e países começaram a buscar proteção contra a crescente volatilidade das taxas de juros(CVM, 2015). A figura 1.1 mostra a evolução do mercado de derivativos em valores nominais de janeiro de 2006 a 2013.

[1] O Chicago Board of Trade introduziu os primeiros contratos futuros de taxas de juros em 1975.

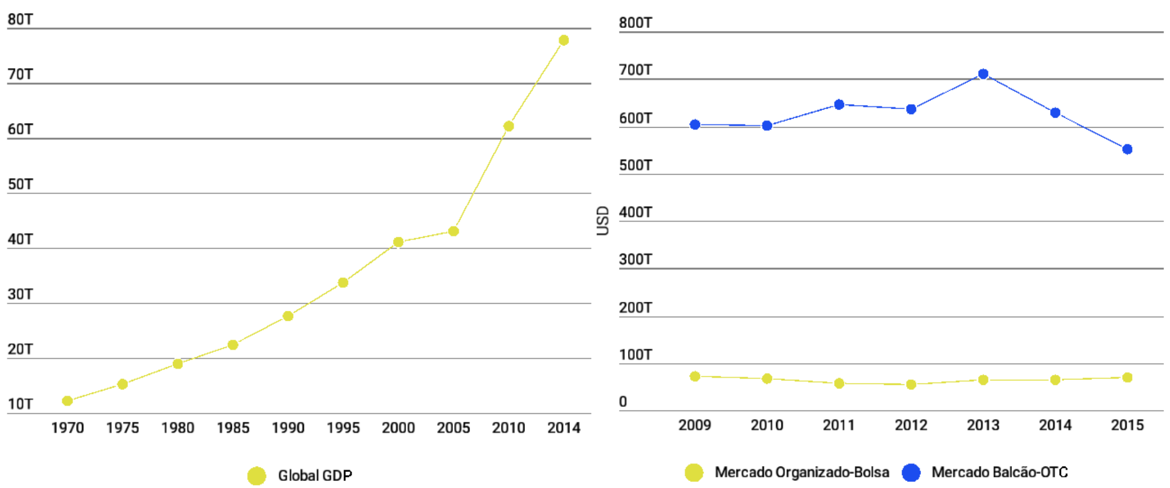

Figura 1 – O Mercado Global de Derivativos (2006-2013) Fonte: Bank of International Settlement

A avaliação quantitativa dos riscos financeiros é crucial para a estabilidade financeira (GÉCZY; MINTON; SCHRAND, 2007) mostraram que gestores financeiros incorporam sua própria estratégia de previsão sobre a trajetória da economia no processo de tomada de decisão em relação ao uso de derivativos de forma contínua, alterando o volume, o tempo ou a posição dos derivativos utilizados contrariando modelos existentes. A maioria dos modelos de precificação supõem que o uso de derivativos se destina a minimizar a volatilidade do fluxo de caixa do nível da empresa e que a interação entre imperfeições dos mercados financeiros e essa redução na volatilidade do fluxo de caixa das empresas pode gerar ganhos para as empresas que, por sua vez, compensaram os custos, causando o uso de derivativos agregar valor às empresas(JÚNIOR, 2013).

Derivativos são classificados como *compromissos a termo* ou *exercício contigencial*, os compromissos a termo possuem negociação pré-determinada entre compradores e vendedores fixando um acordo em que o comprador condorda em adquirir uma quantidade do ativo subjacente a uma data futura por um preço fixo, característica referente ao mercado a termo e contratos futuros, ambos com simetria na exposição ao risco. A figura 2 mostra o ativo subjacente S possui uma relação de risco e retorno iguais para uma variação σ no tempo t. O tema do presente trabalho se encontra nos derivativos de exercícios contigenciais onde os contratos celebrados só geram efeitos de pagamento caso eventos aleatórios específicos se realizem, o comprador adquiri o direito porém não a obrigação sobre o vendendor, possuindo uma exposição assimétrica em relação a movimentação do ativo-subjacente.

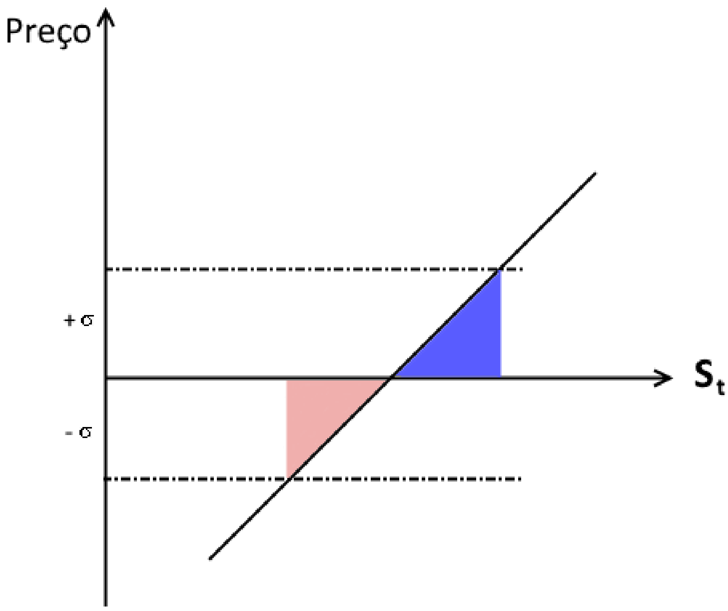

Figura 2 – Exposição Simétrica

1.2 Mercado de Opções

Opções são introduzidas pela literatura financeira como ferramentas direcionais derivada pelo movimento do ativo de referência. (NEFTCI, 2008) argumenta que praticantes profissionais demonimados de *market makers* utilizam opções como instrumentos de volatilidade. Uma opção de compra confere ao titular o direito, mas não a obrigação, de fixar um determinado preço de compra(Strike) do ativo a qual se refere (ativo-subjacente) até uma data de vencimento futura. Analogamente uma opção de venda confere ao seu titular o direito de venda sobre uma ativo subjacente a um preço de *strike* e vencimento estabelecidos. Os vendedores recebem o prêmio em troca de uma obrigação pendente ao titular, caso o cenário de exercimento do contrato se realize na data de vencimento, as chamadas opções *vanilla* são derivativos de ações, *commodities*, moeda estrangeira, negociadas no mercado de balcão organizado[2].

Com o desenvolvimento do mercado, foram incorporadas diversas características sobre os contratos mais comuns, instrumentos chamados de "opções exóticas"com negociação apenas em balcão privado *over-the-counter*.(WILMOTT, 2013) descreve sobre a classificação das opções como mostra a tabela 1.

Tabela 1 – Tipos de Opções

Opções Vanilla	Opções Exóticas	Opções Binárias(Digitais)
Opção vanilla é um contrato confere o direito de comprar ou vender a um preço predeterminado dentro de um prazo determinado: • Tipo Americana • Tipo Européia	Opções exóticas difere em estrutura das opções comuns(vanilla) americanas ou europeias em termos da trajetória do ativo subjacente, preço de exercício e prazo. • Opções Asiáticas • Opções Barreira • Opções Compostas	Nas opções binárias o pagamento é estruturado por uma função degrau descontínua formando uma quantia fixa de compensação no vencimento. As opção binárias possuem exercício automático.

[2] Bolsa de valores

1.2.1 Terminologia

Opções são lançadas sob duas classes, opções de compra *calls* e opções de venda *puts*. Ambas são negociadas no mercado até sua data de expiração, o preço de exercício estabelecido entre as partes é denominado de *strike*. As opções podem ser européias ou americanas, opções européias permitem que o titular exerça seu direito somente na data de expiração do contrato, opções americanas possuem exercício antecipado permitindo o titular a opção de execer seu direito a qualquer momento até a data de vencimento. As informações sobre o *strike* e vencimento estão embutidos no nome do contrato a ser negociado sendo composto respectivamente pelo ativo de subjacente, preço de exercício e a letra correspondente a data de vencimento. Ex: PETRE27, opções de compra da petrobrás de *strike* aos 27,00 reais com vencimento em maio.

Tabela 2 – Vencimento Opções

Vencimento	**Call**	**Put**
15/01/2018	A	M
19/02/2018	B	N
19/03/2018	C	O
16/04/2018	D	P
14/05/2018	E	Q
18/06/2018	F	R
16/07/2018	G	S
20/08/2018	H	T
17/09/2018	I	U
15/10/2018	J	V
20/11/2018	K	W
17/12/2018	L	X

Fonte: Bovespa

1.2.2 Tipos de Opções

Opção de compra *Call* concede ao titular o direito de comprar um ativo S por um determinado período δt até sua data de expiração T e preço de exercício K. O titular possui expectativa de alta do ativo-subjacente, a figura 3 mostra a função de pagamento para um prêmio c pelo direito de exercer a compra ao preço K onde será exercida caso a opção possua valor intríseco $S > K$ ou expirará sem valor algum caso $S < K$. A perda fica limitada ao prêmio pago c.

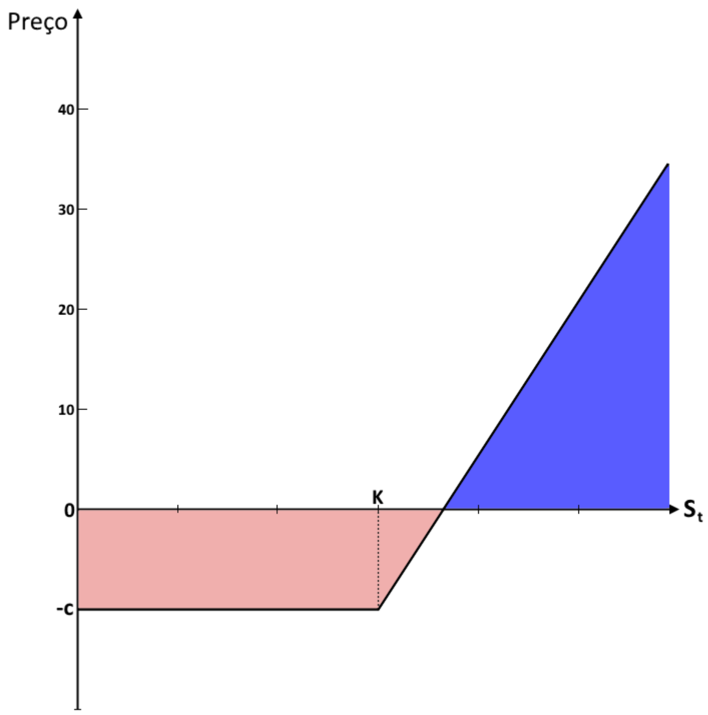

Figura 3 – Titular Call

Lançador de uma *Call* pela figura 4 recebe o prêmio c assumindo o compromisso de vender o ativo-subjacente ao titular até data de expiração ao preço de exercício K. O lançador possui risco ilimitado sendo necessário o depósito de margem financeira ou a colocação do seu estoque para garantir pagamento ao titular. A expecativa dos lançadores é de não-valorização do ativo subjacente e lança opções de compra com finalidade de embolsar o prêmio pago. Para $S > K$ o lançador será exercido entregando o ativo-subjacente ao titular(ou apenas a liquidação finaceira)ou permanece com prêmio adquirido caso $S < K$ na data de vencimento.

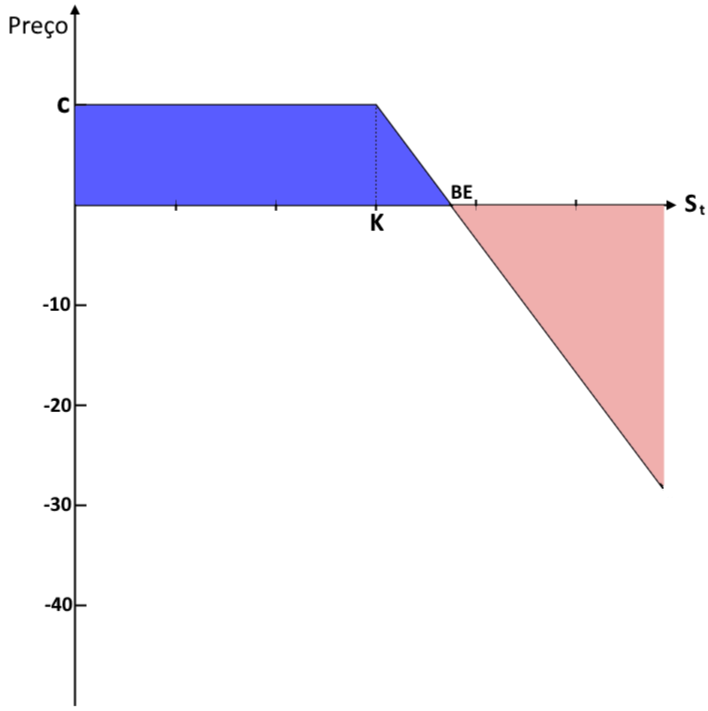

Figura 4 – Lançador Call

O Titular de uma *Put* desembolsa o prêmio p com expectativa de desvalorização do ativo-subjacente S figura 5 mostra condição de exercimento para $S < K$.

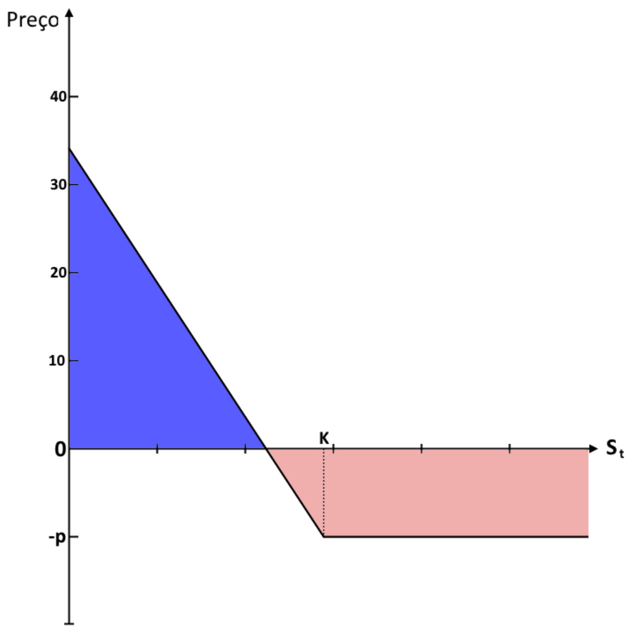

Figura 5 – Titular Put

O lançador recebe o prêmio p assumindo o compromisso de vender o ativo-subjacente ao titular até data de expiração ao preço de exercício K. a expectativa é de não-desvalorização e lança opções de venda com finalidade de embolsar o prêmio pago.

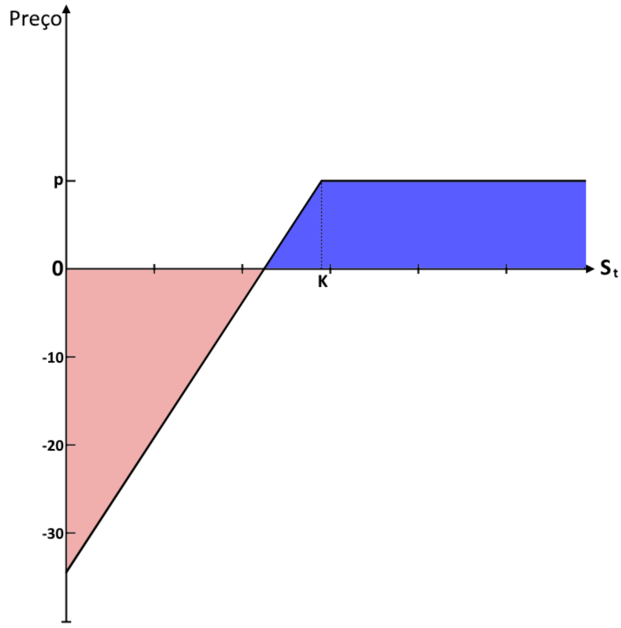

Figura 6 – Lançador Put

1.2.3 Fatores que afetam o prêmio

O prêmio de uma opção é composto pelo valor intríseco definido pela função de payoff, para as opções de compra a função assumirá no final do exercício:

$$VI_{call} = max(S - K, 0). \tag{1.1}$$

Opções de venda o sinistro é gerado com a desvalorização do ativo subjacente.

$$VI_{put} = max(K - S, 0). \tag{1.2}$$

O valor extrínseco VE é composto por fatores que influênciam na volatilidade do ativo-subjacente, tempo até o vencimento do contrato e taxa de juros chamadas *gregas*, são derivadas parciais das equações diferenciais parciais de Black & Sholes, a composição do prêmio portanto será a soma do valor intríseco definido pelo função de pagamento e o valor extrínseco.

$$P = VI + VE \tag{1.3}$$

1.2.3.1 Preço de Exercício

Uma opção de compra ao ser levada para o exercício possui valor intríseco pela diferença entre o preço do ativo-subjacente na data de exercício e preço de exercício $S_t - K$, portanto as calls se valorizam com aumento do preço S_t e desvalorizam no aumento do preço de exercício K. Para as puts, no exercício possuem valor intrínseco dado pela quantia que o preço de exercício excede o preço do ativo-subjacente $K - S_t$, as puts se valorizam com aumento de K e desvalorizam no aumento S_t.

1.2.3.2 Data de Vencimento

Quanto maior for o prazo de duração, maior serão as chances de um títular de uma *vanilla* se beneficiar com a aleatoriedade[3]por isso serão mais caras, os lançadores apresentam fragilidade ao tempo(TALEB, 2014) onde fica com a obrigação pendente ao títular até a data de vencimento, porém se beneficiam com deteriorização do preço com o tempo efeito conhecido como *theta decay*.

1.2.3.3 Volatilidade

Volatilidade é o principal parametro a ser calculado no modelo de Black&Sholes, no modelo é considerado que a volatilidade futura é constante o que torna uma suposição não condizente com a realidade dos mercados, modelos mais recentes assumindo volatilidade estocástica(GATHERAL, 2011) estão ganhando popularidade(WILMOTT, 2007), quanto maior a volatilidade maior será a probabilidade de exercício, favorecendo aos titulares.

1.2.3.4 Taxa Livre de Risco

A taxa de juros faz parte da avaliação risco-neutro, para precificar um derivativo os investidores são neutros ao risco e esperam receber a taxa livre de risco. Dado um aumento na taxa de juros o retorno esperado requerido por investidores aumenta, elevando as *calls* e reduzindo o preço de *puts*.

1.2.3.5 Dividendos

Dividendos afetam a precificação do prêmio pela redução do preço do ativo-subjacente na data de pagamento dos dividendos *ex-dividend date*. Se houver uma queda no preço do ativo subjacente S_t as *puts* serão beneficiadas e as *calls* sofreram desvalorização.

[3] antifragilidade

1.2.4 Black & Scholes

O modelo de precificação desenvolvido inicialmente por (BLACK; SCHOLES, 1973) foi o primeiro a ser aceito pela comunidade academica sendo amplamente divulgado desde sua publicação, o modelo é construído a partir de suposição que o ativo subjacente S realiza um movimento contínuo browniano geométrico permitindo a avaliação de opções européias sobre ações que não pagam dividendos. A grande contribuição realizada deu início ao campo teórico de precificação dos derivativos que levou a (COX et al., 1979) o modelo binomial permitindo uma avaliação discreta, tornando possível a verificação de exercimento antecipado de opções americanas.

O modelo estocástico descrito na equação 1.4 é descrito em (WILMOTT, 2013) como sendo o mais amplamente aceito para ações, moedas, commodities e índices, a variação contínua do ativo S é composto por um *drift* "μ"e seu componente determinístico dt e pela volatilidade "σ"seguindo um processo de wiener dW.

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dW_t \tag{1.4}$$

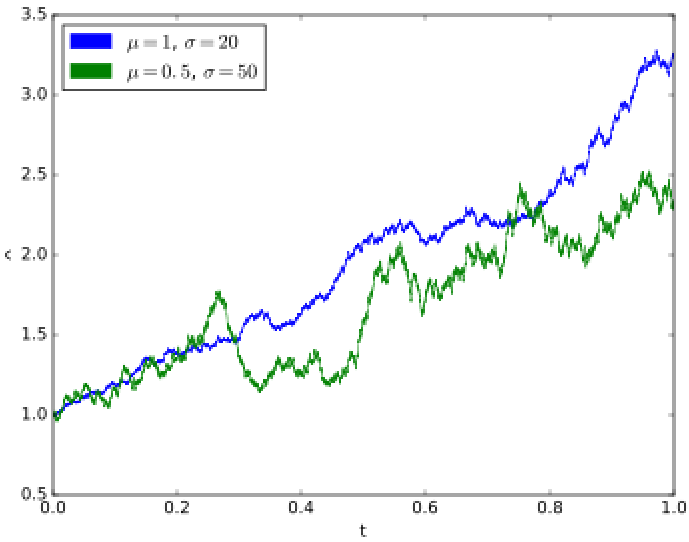

Figura 7 – Realizações de Monte Carlo

A figura 7 mostra duas realizações de monte carlo para um processo estocástico S_t onde μ o percentual de deriva representando a expectativa do retorno sobre S, W_t o processo aleátorio com variação desconhecida σ característica da incerteza realizada por S. A partir de 1.4 foi demonstrado que a avaliação de um derivativo V é encontrado pela solução da equação diferencial parcial abaixo.

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} + rS\frac{\partial V}{\partial S} - rV = 0 \tag{1.5}$$

O modelo 1.5 satisfaz o valor de qualquer derivativo financeiro podendo ser utilizado tanto para medir o valor como o risco de uma opção em relação à ação subjacente, como para a construção ótima de carteira que contenha tanto opções como outros títulos (COX et al., 1979).

$$C = SN(d_1) - Ke^{-rT}N(d_2) \tag{1.6}$$

$$P = Ke^{-rT}N(-d_2) - SN(-d_1) \tag{1.7}$$

$$d_1 = \frac{ln(S/K) + T(r + \frac{\sigma^2}{2})}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

Equação 1.6 calcula o preço teórico para opções européias de compra sobre ações, utilizando um princípio conhecido como paridade put-call deriva-se a formulação de precificação de opções sobre venda em 1.7. Embora a fórmula de Black-Scholes seja muito popular entre praticantes do mercado, quando aplicados à opções do tipo vanilla é muitas vezes reduzido a um meio de cotação preços em termos de outro parâmetro, a volatilidade implícita. Nassim Taleb argurmenta em(HAUG; TALEB, 2011) que praticantes profissionais fazem uso de medidas heurísticas sofisticadas para avaliar opções ao invés do modelo Black & Scholes.

1.2.5 Risco-Neutro

A avaliação risco-neutro supõe que as preferências dos investidores não são utilizadas para realizar a precificação de um derivativo. Investidores são neutros ao risco, não desejam ganhos adicionais gerados pela volatilidade sobre seu portifólio esperando receber a taxa livre de risco sob um portifólio risco-neutro princípio do argumento de não-arbitragem (HULL; BASU, 2016):

$$\delta\pi = r\pi\delta t \tag{1.8}$$

A variação de uma dado portifólio π no intervalo δt pela equação 1.8 corresponde aos juros rendidos sobre π no período, para um investidor risco-neutro a direção do ativo-subjacente não é importante para precificação da opção. O investidor risco-neutro não considera as expectativas dos agentes do mercado em relação a valorização do ativo-subjacente resultando a probabilidade de um movimento dependendo da esperança risco neutro $1/2$, taxa de juros r e volatilidade desconhecida σ, como mostra a equação 1.9.

$$p' = \frac{1}{2} + \frac{r\sqrt{\delta t}}{2\sigma} \tag{1.9}$$

Equação 1.9 define probabilidade de alta do ativo-subjacente no mundo risco-neutro

$$p = \frac{1}{2} + \frac{\mu\sqrt{\delta t}}{2\sigma} \tag{1.10}$$

Realizando a transição do mundo risco-neutro para o mundo real (WILMOTT, 2007) o parâmetro μ da equação 1.10 representa a taxa de retorno esperada pelos investidores no mundo real. Cada agente econômico possui suas próprias metodologias de avaliar direção do ativo-subjacente, estimar o parâmetro μ torna-se uma tarefa complexa fazendo necessária a suposição sobre as preferências dos investidores em relação ao risco, com retorno esperado pelo ativo-objeto sendo descontado pela taxa livre de risco r utilizando p' probabilidade em um mundo risco-neutro onde as preferências de risco dos investidores não afetam a precificação do prêmio de um derivativo.

2 Metodologia

2.1 Árvores Binomiais

O modelo de árvores binomiais publicado por (COX et al., 1979) permitiu a avaliação discreta do preço de opções americanas, que até então, o mecanismo via Black & Scholes de precificar predominava. O modelo possui a avaliação risco-neutro onde as preferências de risco dos investidores são conhecidas sendo representada pela taxa básica de juros[1].

Considere que S_0 o preço inicial do ativo-subjacente siga um processo binomial com probabilidade de realizar um movimento de alta p deslocando-se em u e $1 - p$ de realizar um movimento de baixa d tal que $0 < d < 1 < u$ de acordo com a figura 8.

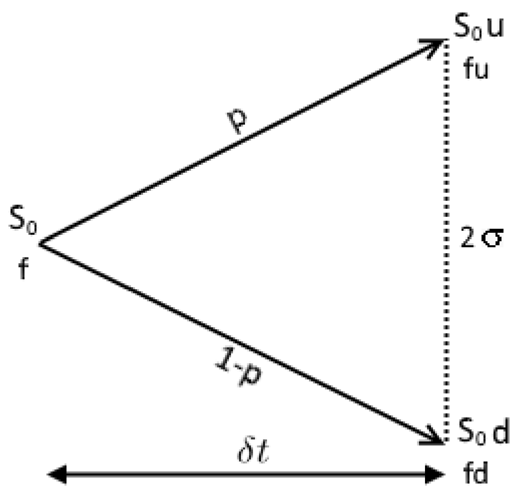

Figura 8 – Passo estocástico

Pela suposição neutra ao risco, a probabilidade p é substituída por p' sendo o valor esperado do ativo subjacente no intervalo δt igual ao retorno da taxa livre de risco sobre o estado inicial S_0 conforme equação 2.1. seja f o valor de um derivativo sobre S com vencimento após δt, o valor presente de f depende das probabilidades de atingir os estados $S_0 u$ e $S_0 d$ descontados da taxa livre de risco como mostra a equação 2.2.

$$E[S] = p' S_0 u + (1 - p') S_0 d = S_0 e^{r\delta t} \tag{2.1}$$

$$f = e^{-rT}[p' f_u + (1 - p') f_d] \tag{2.2}$$

[1] CETIP

A equação 2.1 é formulada pelo princípio que investidores são neutros ao risco sendo o valor esperado após δt passos iguais a taxa livre de risco acumulada durante o período, o desvio-padrão é definido por $\sigma\sqrt{\delta t}$ os parâmetros u e d são especificados para incorporar a volatilidade do ativo-subjacente. Calculando a variância do retorno esperado igualando a $\sigma^2\delta t$ obtemos:

$$p'u^2 + (1-p')d^2 - [p'u + (1-p')d]^2 = \sigma^2\delta t$$

Ignorando os termos maiores que δt^2 e fazendo $ud = 1$:

$$u = e^{\sigma\sqrt{\delta t}} \tag{2.3}$$

$$d = e^{-\sigma\sqrt{\delta t}} \tag{2.4}$$

Dividindo os termos da 2.1 por S_0 podemos reescrever a probabilidade p' como:

$$p' = \frac{e^{r\delta t} - d}{u - d} \tag{2.5}$$

As equações 2.3, 2.4 e 2.5 precificam a árvore.

3 Resultados

3.1 Análise Call VALEF527

Com a finalidade de precificar o valor da opção americana VALEF527 sobre o ativo VALE3 foram extraídos dados de cotações do software ProfitChart RT, foi realizada uma simulação partindo do ponto inicial sob a avaliação risco neutro utilizando a equação 2.5 produzindo a árvore binomial até o vencimento e a partir dos preços finais realizar um procedimento inverso calculando os valores da opção em cada nódulo pela equação 2.2. Utilizando dados cotados pela BM&F foi possível realizar a precificação teórica da call VALEF527 de strike 52.28 que no dia 04/06/2018 estava cotada a 1.44, faltando 10 dias para o vencimento com preço do ativo-subjacente[1] VALE3 à 52.27 de volatilidade anualizada 29.20% a uma taxa de juros 6,39%. Realizando $S = 52,27$;$K = 52;28$;$\sigma = 0.2920$;$r = 0.0639$;$t = 10/252$ para 5 passos obtemos os resultados conforme a árvore de possibilidades abaixo.

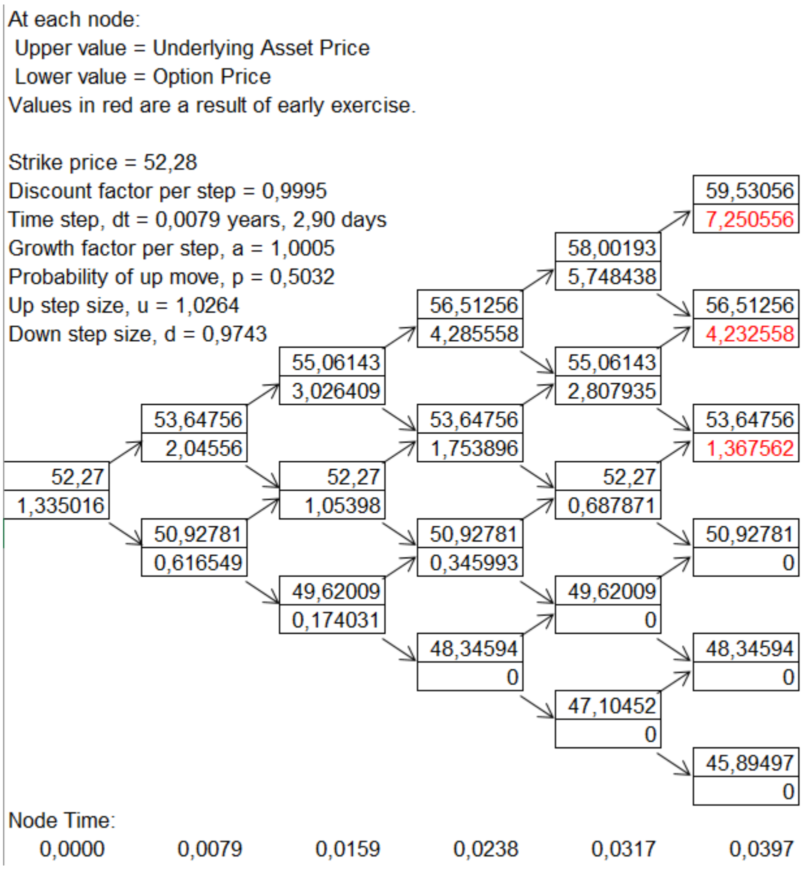

Figura 9 – Árvore Binomial

[1] Assumindo que não há pagamentos de dividendos durante o exercício

A árvore parte do preço 52,27 simulando os movimentos de probabilidade risco-neutro p' formando um árvore de possibilidades até o vencimento, ao final da árvore os valores em vermelho indicam as condições ótimas para exercício antecipado(caso opção seja americana) que a partir equação 2.2 torna possível o procedimento inverso informando os valores que a call assume durante do exercício sendo possível visualizar os valores da opção durante o *caminho percorrido* pelo ativo-subjacente VALE3.

3.1.1 Volatilidade Implícita

O único parametro que não pode ser diretamente observado é a volatilidade que para opção VALEF527 foi calculado por dados históricos fornecendo preço teórico 1,33, é chamado de *volatilidade implícita* a volatilidade na qual inserida nas fórmulas de Black & Scholes fornecem o preço de mercado 1,44 portanto, a volatilidade implícita representa a volatilidade precificada pelo mercado para um determinado tipo de opção. Não é possível determinar a volatilidade implícita através de uma solução analítica sendo necessário um processo númerico de recorrência arbitrando valores até que seja observada, para opção VALEF527 a volatilidade implícita foi de 33,77% a.a.

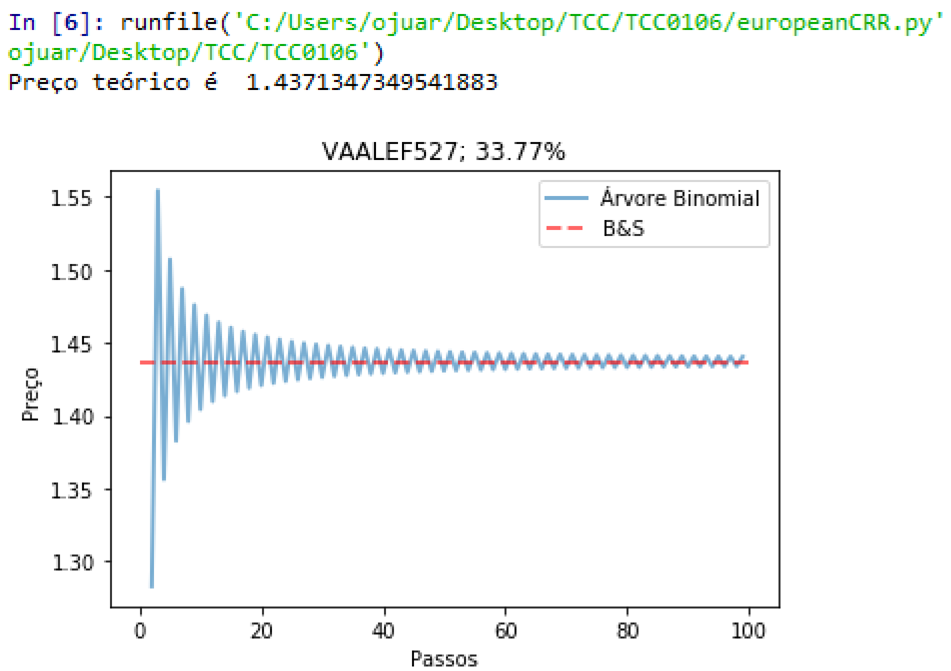

Figura 10 – Plotagem CRR Vs BSM

A figura 10 ilustra a comparação entre o modelo contínuo Black & Scholes e o procedimento númerico CRR por árvores binomiais, a volatilidade implícita reflete a volatilidade que o mercado precifica para uma determinada opção que para a VALEF527 foi de 33.77% a.a, observa-se que ao aumentar o número de passos ambos os modelos convergem ao mesmo preço teórico.

3.1.2 O sorriso

A metodologia binomial não incorpora o efeito conhecido como o sorriso da volatilidade(JAVAHERI, 2011). A volatilidade implícita é calculada a partir dos preços cotados à mercado, para um determinado ativo possuem várias opções que são negociadas a diferentes prazos e strikes. O sorriso da volatilidade implícita observado pela volatilidade implícita capturada a diferentes níveis de strikes, a figura 11 mostra o sorriso das opções de compra da VALE com vencimento em julho .

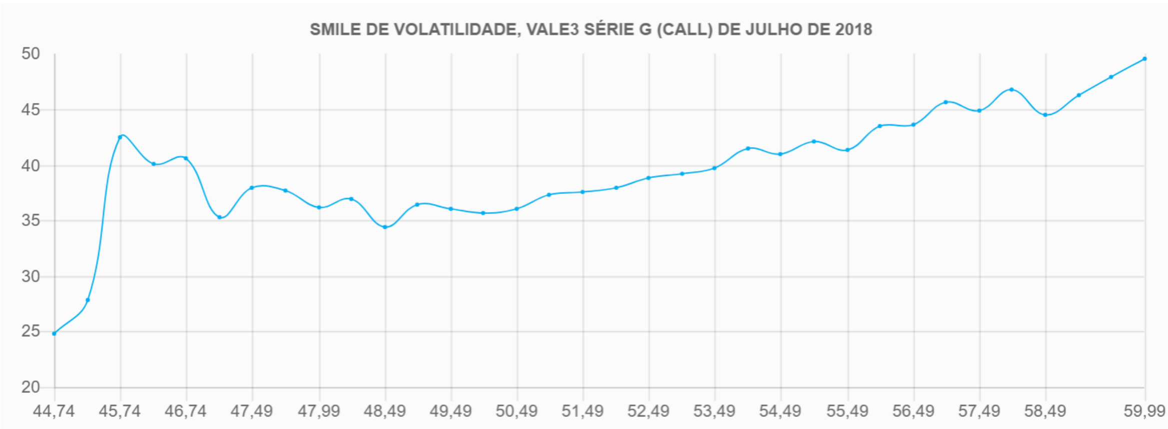

Figura 11 – Sorriso VALE3

4 Considerações Finais

O desenvolvimento do presente estudo possibilitou uma análise discreta de precificação de opções vanilla com verificação de exercício antecipado para opções americanas, foi visto que para avaliar o preço justo teórico de uma opção, as preferências de risco dos investidores não fazem partem da metodologia de precificação, a avaliação realizada com a opção americana VALEF527 pelo método binomial permitiu a verificação de exercício antecipado. Por fim, foi visto que o modelo binomial se aproxima do modelo Black & Scholes ao aumentar o número de passos.(JAVAHERI, 2011) demonstra que o modelo binomial falha em capturar não somente o sorriso da volatilidade mas também a característica leptocúritica(cauda pesada) obsevada nos mercados financeiros, todavia, (DERMAN; KANI, 1994) fizeram ajustes do modelo considerando o fenômeno do sorriso da volatilidade implicíta que pode ser utilizando também como modelo de precificação de opções exóticas.

Referências

BLACK, F.; SCHOLES, M. The pricing of options and corporate liabilities. *Journal of political economy*, The University of Chicago Press, v. 81, n. 3, p. 637–654, 1973. Citado na página 23.

COX, J. C. et al. Option pricing: A simplified approach. *Journal of financial Economics*, Amsterdam, v. 7, n. 3, p. 229–263, 1979. Citado 3 vezes nas páginas 23, 24 e 27.

CVM. *Mercado de Derivativos no Brasil: Conceitos, Produtos e Operações*. [S.l.]: CVM, 2015. Citado na página 15.

DERMAN, E.; KANI, I. Riding on a smile. *Risk*, v. 7, n. 2, p. 32–39, 1994. Citado na página 33.

DONOHOE, M. P. The economic effects of financial derivatives on corporate tax avoidance. *Journal of Accounting and Economics*, Elsevier, v. 59, n. 1, p. 1–24, 2015. Citado na página 15.

GATHERAL, J. *The volatility surface: a practitioner's guide*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2011. v. 357. Citado na página 22.

GÉCZY, C. C.; MINTON, B. A.; SCHRAND, C. M. Taking a view: Corporate speculation, governance, and compensation. *The Journal of Finance*, Wiley Online Library, v. 62, n. 5, p. 2405–2443, 2007. Citado na página 16.

HAUG, E. G.; TALEB, N. N. Option traders use (very) sophisticated heuristics, never the black–scholes–merton formula. *Journal of Economic Behavior & Organization*, Elsevier, v. 77, n. 2, p. 97–106, 2011. Citado na página 24.

HULL, J. C.; BASU, S. *Options, futures, and other derivatives*. [S.l.]: Pearson Education India, 2016. Citado na página 24.

JAVAHERI, A. *Inside volatility arbitrage: the secrets of skewness*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2011. v. 317. Citado 2 vezes nas páginas 31 e 33.

JÚNIOR, J. L. R. Hedging, selective hedging, or speculation? evidence of the use of derivatives by brazilian firms during the financial crisis. *Journal of Multinational Financial Management*, Elsevier, v. 23, n. 5, p. 415–433, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 13 e 16.

KUMMER, S.; PAULETTO, C. *The history of derivatives: A few milestones*. [S.l.: s.n.], 2012. 431–466 p. Citado na página 15.

LI, S.; MARINČ, M. The use of financial derivatives and risks of us bank holding companies. *International Review of Financial Analysis*, Elsevier, v. 35, p. 46–71, 2014. Citado na página 13.

NEFTCI, S. N. *Principles of financial engineering*. [S.l.]: Academic Press, 2008. Citado na página 17.

STULZ, R. M. Should we fear derivatives? *Journal of Economic Perspectives*, v. 18, n. 3, p. 173–192, 2004. Citado na página 15.

TALEB, N. N. *Antifrágil: Coisas que se beneficiam com o caos*. [S.l.]: Trad. Eduardo Rieche. Rio de Janeiro: Best Seller, 2014. Citado na página 22.

WILMOTT, P. *Paul Wilmott introduces quantitative finance*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2007. Citado 2 vezes nas páginas 22 e 25.

WILMOTT, P. *Paul Wilmott on quantitative finance*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 23.